$\boxed{1}$ 関数 $f(x)=x^4-2x^2+4x$ を考える。直線 $y=g(x)$ は曲線 $y=f(x)$ と異なる 2 点 P, Q で接し、2 次関数 $h(x)$ が定める放物線 $y=h(x)$ は P, Q および原点 O を通るとする。

(1) 関数 $g(x)$, $h(x)$ を求めよ。

(2) 曲線 $y=f(x)$ と放物線 $y=h(x)$ で囲まれる図形の面積を求めよ。

$\boxed{2}$ m を整数とする。

(1) m が 3 の倍数でないならば，$(m+2)(m+1)$ が 6 の倍数であることを示せ。

(2) m が奇数ならば，$(m+3)(m+1)$ が 8 の倍数であることを示せ。

(3) $(m+3)(m+2)(m+1)$ が 24 の倍数でないならば，m が偶数であることを示せ。

$\boxed{3}$ $c = \dfrac{20-\sqrt{526}}{6}$ として，数列 $a_1, a_2, a_3, \cdots$ を

$$a_k = \int_c^k (12x-40)dx$$

で定め，$n = 1, 2, 3, \cdots$ に対し，

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$$

とおく。

(1) S_n を n を用いて表せ。

(2) S_n の最小値を求めよ。

$\boxed{4}$ 数直線上に異なる 2 点 A, B がある。点 M は A からスタートするものとして，以下の規則に従って試行を行う。

- M が A にいるとき，さいころをふって出た目の数が偶数なら A にとどまり，そうでなければ B に移る。
- M が B にいるとき，さいころをふって出た目の数が 1 または 2 であるなら B にとどまり，そうでなければ A に移る。

n は 1 以上の整数とし，n 回目の試行の後で M が A にいる確率を p_n とし，n 回目の試行の後で M が B にいる確率を q_n とする。

(1) p_{n+1} を p_n，q_n を用いて表せ。また，q_{n+1} を p_n，q_n を用いて表せ。

(2) p_n，q_n を求めよ。

$\boxed{5}$ 複素数平面上の原点を通らない異なる 2 直線 l, m に関して，原点と対称な点をそれぞれ α, β とする。

(1) 直線 l 上の点 z は常に，$\overline{\alpha}z + \alpha\overline{z} = |\alpha|^2$ を満たすことを示せ。

(2) $\overline{\alpha}\beta$ が実数でないことが，l と m が交点をもつための必要十分条件であることを示せ。また，l と m が交点をもつとき，交点を α, β を用いて表せ。

$\boxed{6}$

(1) 関数 $f(x) = \tan x \left(-\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}\right)$ の逆関数 $f^{-1}(x)$ の導関数を求めよ。

(2) 正の整数 n に対して

$$I_n = \int_0^1 \frac{dx}{(1+x^2)^n}$$

とおく。このとき，I_{n+1} を I_n を用いて表せ。

(3) 定積分

$$\int_0^1 \frac{dx}{(1+x^2)^3}$$

の値を求めよ。