

1

$xy$  平面において,  $x, y$  がともに整数であるとき, 点  $(x, y)$  を格子点とよぶ。  
 $m$  を 1 以上の整数とすると, 放物線  $y = x^2 - 2mx + m^2$  と  $x$  軸および  $y$  軸  
によって囲まれた図形を  $D$  とする。

- (1)  $D$  の周上の格子点の数  $L_m$  を  $m$  で表せ。
- (2)  $D$  の周上および内部の格子点の数  $T_m$  を  $m$  で表せ。
- (3)  $T_m - \frac{m}{3}L_m$  の最大値とそのときの  $m$  の値を求めよ。

2

$xy$  平面において,  $x, y$  がともに整数であるとき, 点  $(x, y)$  を格子点とよぶ。  
 $m$  を 1 以上の整数とすると, 放物線  $y = x^2 - 2mx + m^2$  と  $x$  軸および  $y$  軸  
によって囲まれた図形を  $D$  とする。

- (1)  $D$  の周上の格子点の数  $L_m$  を  $m$  で表せ。
- (2)  $D$  の周上および内部の格子点の数  $T_m$  を  $m$  で表せ。
- (3)  $T_m - \frac{m}{3}L_m$  の最大値とそのときの  $m$  の値を求めよ。

3

片面が黒、もう片面が白の正方形の板が9枚ある。これらを、横3列、縦3列に、すべて黒が表になるように並べる。さいころの出た目に従って、以下のように、ある1列をすべてひっくり返す（すなわち、白になっているものは黒に、黒になっているものは白にする）。

- 1が出れば上の横の列にある板をすべてひっくり返す。
- 2が出れば中央の横の列にある板をすべてひっくり返す。
- 3が出れば下の横の列にある板をすべてひっくり返す。
- 4が出れば左の縦の列にある板をすべてひっくり返す。
- 5が出れば中央の縦の列にある板をすべてひっくり返す。
- 6が出れば右の縦の列にある板をすべてひっくり返す。

たとえば、さいころを2回振って最初に1、次に4が出たとき、板は次のようになる。

- (1) さいころを2回振ったときに、すべての板が黒になっている確率を求めよ。
- (2) さいころを3回振ったときに、すべての板が白になっている確率を求めよ。
- (3) さいころを3回振ったときに、下の図のようにになっている確率を求めよ。

4

正の整数の組  $(a, b, c)$  が次の式を満たすとする。

$$a^2 + b^2 = c^2$$

- (1)  $a, b, c$  のうち少なくとも一つは偶数であることを示せ。
- (2)  $a, b, c$  のうちに素数ではないものがあることを示せ。