$\boxed{1}$ 平面上の点 O を中心とする半径 1 の円周上に相異なる n 個の点 $A_1, \cdots, A_n$ があって，各 j $(j = 1, \cdots, n)$ に対して

$$\overrightarrow{OA_j} = \overrightarrow{OA_k} + \overrightarrow{OA_l}$$

を満たす k，l が存在するとする。このとき n は 6 の倍数であることを示せ。

$\boxed{2}$ あるウイルスの感染拡大について次の仮定で試算を行う。このウイルスの感染者は感染してから 1 日の潜伏期間をおいて，2 日後から毎日 2 人の未感染者にこのウイルスを感染させるとする。新たな感染者 1 人が感染源となった n 日後の感染者数を a_n 人とする。たとえば，1 日後は感染者は増えず $a_1 = 1$ で，2 日後は 2 人増えて $a_2 = 3$ となる。以下の問いに答えよ。

(1) a_{n+2}，a_{n+1}，a_n $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ の間に成り立つ関係式を求めよ。

(2) 一般項 a_n を求めよ。

(3) 感染者数が初めて 1 万人を超えるのは何日後か求めよ。

$\boxed{3}$ サイコロを 7 個同時に 1 回振るとき，1 から 6 の目がすべて出る事象を A とし，同じ目が 6 個以上出る事象を B とする。事象 B が起こらなかった場合に事象 A の起こる確率を求めよ。

$\boxed{4}$ xy 平面において曲線 $y = 2\sqrt{1-x^2}$ $(-1 \leqq x \leqq 1)$ と x 軸との交点を $A(1, 0)$，$B(-1, 0)$ とし，y 軸との交点を $C(0, 2)$，原点を O とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) この曲線の第 1 象限の部分に A, C と異なる点 P を四角形 $OAPC$ の面積が最大となるようにとる。このとき，P の座標とその最大値を求めよ。

(2) この曲線上に A, B, C と異なる 2 点 E, F を任意にとる。これら 5 点で作られる五角形の面積の最大値を求めよ。

$\boxed{5}$ z, w を相異なる複素数で z の虚部は正，w の虚部は負とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) $1,\ z,\ -1,\ w$ が複素数平面の同一円周上にあるための必要十分条件は

$$\frac{(1+w)(1-z)}{(1-w)(1+z)}$$

が負の実数となることであることを示せ。

(2) $z = x + yi$ が $x < 0$ と $y > 0$ を満たすとする。$1,\ z,\ -1,\ \dfrac{1+z^2}{2}$ が複素数平面の同一円周上にあるとき，複素数 z の軌跡を求めよ。

$\boxed{6}$ 以下の問いに答えよ。

(1) n を正の整数として，次の定積分を求めよ。

$$\int_0^{2\pi} x^2 \cos nx \, dx$$

(2) 次の積分値 I を最小にする実数 a の値と，その最小値を求めよ。

$$I = \int_0^{2\pi} (x^2 - a\cos 2x)^2 \, dx$$