1 a, b, c を正の実数で, $abc = 1$ を満たすものとする。このとき, 次の (1), (2) の不等式を示せ。

$$(1) a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$$

$$(2) a + b + c \geq 3$$

2 連立不等式

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ y \geq x^2 - 1 \end{cases}$$

の表す領域を D とおく。このとき, 以下の問いに答えよ。

(1) 領域 D の概形を図示せよ。

(2) 直線 $y = k(x + 2) - 2$ と D が共有点をもつときの直線の傾き k のとりうる値の範囲を求めよ。

3

サイコロを7個同時に1回振るとき、1から6の目がすべて出る事象を A とし、同じ目が6個以上出る事象を B とする。事象 B が起こらなかった場合に事象 A の起こる確率を求めよ。

4

xy 平面において $O(0, 0)$, $A(1, 0)$, $B(0, \sqrt{3})$, $C(-1, 0)$ とする。 $0 < t < 1$ とし、線分 AB を $t:1-t$ に内分する点を P , 線分 BC を $t:1-t$ に内分する点を Q , $\theta = \angle POQ$ とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $T = t(1-t)$ とするとき、 $\cos \theta$ を T で表せ。
- (2) t が $0 < t < 1$ を動くとき、 θ の最小値を求めよ。