

1

a, b, c を実数とし、座標空間内の点を

$$O(0, 0, 0), \quad A(2, 1, 1), \quad B(1, 2, 3), \quad C(a, b, c), \quad M\left(1, \frac{1}{2}, 1\right)$$

と定める。空間内の点 P で

$$4|OP|^2 + |AP|^2 + 2|BP|^2 + 3|CP|^2 = 30$$

を満たすものの全体が M を中心とする球面をなすとき、この球面の半径と a, b, c の値を求めよ。

2

a を実数とする。 xy 平面において、関数 $y = x^2$ と $y = -x^2 + 2ax - a$ のグラフをそれぞれ C_1, C_2 とする。

- (1) C_1 と C_2 が共有点をもたないような a の範囲を求めよ。
- (2) a が (1) で求めた範囲にあるとき、 C_1 と C_2 の両方に接する直線が 2 本存在することを示せ。
- (3) a が (1) で求めた範囲を動くとき、 C_1 と C_2 の両方に接する 2 本の直線の交点が描く図形を図示せよ。

3

サイコロを 4 回投げて出た目の数を順に a, b, c, d とする。

(1) $ab + cd = 6$ が成り立つ確率を求めよ。

(2) $ab - cd = 1$ が成り立つ確率を求めよ。

4

xy 平面において、次の連立不等式が表す領域を D とする。

$$y \geq |x^2 - 1|, \quad x \geq |y - 6| - 5$$

(1) 領域 D を図示せよ。

(2) 領域 D の面積を求めよ。