

1

次の不等式の表す領域を xy 平面に図示せよ。

$$\log_{10} \left(\frac{10^x \times 10^y}{10} + 10000 \times \frac{100^x}{100^y} - 1000 \times \frac{10^{3x}}{10^y} \right) \geq 0$$

2

a, b を実数とし、空間に 5 点

$$A(6, 0, 0), \quad B(0, 6, 0), \quad C(0, 0, 3),$$

$$P(2a, 0, 1 + 2a), \quad Q(0, 2b, -1 - 4b)$$

をとる。線分 PQ の中点を M 、三角形 ABC の重心を G とする。

- (1) 三角形 ABC を含む平面と直線 MG が垂直となるような a, b の値を求めよ。
- (2) 線分 MG の長さの最小値と、そのときの a, b の値を求めよ。

3

縦横の長さの比が 1:3 の長方形の板がある。この板を両面とも下図のように線で区切り、できた 6 つの正方形のそれぞれに赤または白の色を塗ることにする。塗り終えた板において回転や裏返しで同じ塗り方になるものは区別しないとするとき、塗り方は何通りあるか求めよ。ただし、各正方形には 1 つの色を塗るものとする。

4

放物線 $C: y = x^2$ に対して、次の 2 つの条件を満たす直線 l が通る点の存在範囲を求めよ。

- (i) C と l は異なる 2 点で交わる。
- (ii) C と l で囲まれた領域の面積は 36 である。