

1

$a \geq 1$  を満たす実数  $a$  に対して、2 つの放物線  $C : y = x^2 - ax - a$  と  $D : y = ax^2 + ax$  を考える。

- (1) 2 つの放物線  $C$  と  $D$  が異なる 2 点で交わるような  $a$  の値の範囲を求めよ。
- (2)  $a$  が (1) で求めた範囲にあるとき、 $C$  と  $D$  の 2 つの交点を通る直線の傾きを  $m$  とする。 $m$  が最大になるように  $a$  の値を定め、そのときの  $m$  の値を求めよ。

2

2 次方程式  $4x^2 + 2x - 1 = 0$  の 2 つの解を  $\alpha, \beta$  ( $\alpha > \beta$ ) とする。

- (1)  $\alpha = \cos \theta$  となる角  $\theta$  が、 $\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  の範囲に 1 つだけ存在することを示せ。
- (2) (1) の  $\theta$  について、 $\beta = \cos 2\theta$  が成り立つことを示せ。
- (3) (1) の  $\theta$  の値を求めよ。

3 袋の中に 1, 2, 3, 4, 5 の番号が 1 つずつ書かれた 5 つの玉が入っている。この中から無作為に 1 個の玉を取り出し、玉に書かれている数字を記録したのち袋に戻すという操作を行う。その操作を繰り返し、記録された数字の和が 3 の倍数になった時点で終了する。ただし、1 回目で 3 の倍数が出た場合は、その時点で終了とする。 $n$  回目の操作で終了する確率を  $p_n$  とする。

- (1)  $p_1, p_2$  を求めよ。
- (2)  $n \geq 3$  のとき、 $p_n$  を  $n$  の式で表せ。

4 1 辺の長さが 1 の正四面体  $OABC$  において、辺  $OA$  を 3:1 に内分する点を  $D$ 、辺  $OB$  を 2:1 に内分する点を  $E$ 、辺  $AC$  を 2:1 に内分する点を  $F$  とする。3 点  $D, E, F$  が定める平面を  $\alpha$  とし、平面  $\alpha$  と辺  $BC$  との交点を  $G$  とする。

- (1)  $\overrightarrow{OG}$  を  $\overrightarrow{OB}$  と  $\overrightarrow{OC}$  を用いて表せ。
- (2)  $\triangle EFG$  の面積を求めよ。