

1

すべての実数 x に対して不等式 $2^{2a+2} + 2^x a + 1 - a > 0$ が成り立つような実数 a の範囲を求めよ。

2

辺 AB の長さが 1, $\angle A$ が直角となる三角形 $\triangle ABC$ がある. 辺 BC 上を点 C から点 B まで動く点 D を考え, 内積 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}$ を t とおく. 以下の問いに答えよ.

(1) t の動く範囲を求めよ.

(2) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CA}$ が成り立つとき, t の値を求めよ.

3

袋の中に青玉が7個，赤玉が3個入っている．袋から1回につき1個ずつ玉を取り出す．一度取り出した玉は袋に戻さないとして，以下の問いに答えよ．

- (1) 4回目に初めて赤玉が取り出される確率を求めよ．
- (2) 8回目が終わった時点で赤玉がすべて取り出されている確率を求めよ．
- (3) 赤玉がちょうど8回目ですべて取り出される確率を求めよ．

4

不等式 $2y > x + 1 + 3|x - 1|$ が表す座標平面上の領域を D とする．実数 a に対して，放物線 C を $y = x^2 - 2ax + a^2 + a + 2$ で定める．このとき， C 上の点がすべて D の点となるような a の範囲を求めよ．