

1

a を $0 \leq a \leq 1$ の範囲にある実数とすると、 $y = |x - a| + |x - 1|$ のグラフと直線 $y = x$ の交点の個数と交点の座標を求めよ。

2

a と b を実数とし、曲線 $C : y = x^2 + 2ax + b$ と平面上の 4 点 $O(0, 0)$, $P(2, 4)$, $Q(2, 5)$, $R(0, 1)$ を頂点とする平行四辺形を考える。直線 OP は曲線 C の接線であり、その接点は線分 OP 上にあるとする。曲線 C の上側と平行四辺形 $OPQR$ の内部の共通部分の面積を $S(a)$ とおく。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) b を a で表せ。また、 a の値の範囲を求めよ。
- (2) 曲線 C が線分 OR と交わる時、 a の値の範囲を求め、 $S(a)$ を a で表せ。
- (3) a が (1) で求めた範囲を動くとき、 $S(a)$ の最大値を求めよ。

3

数直線上を点 P が 1 ステップごとに、 $+1$ または -1 だけそれぞれ $\frac{1}{2}$ の確率で移動する。数直線上の値が 3 の点を A として、 P が A にたどり着くと停止する。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) P が原点 O から出発して、ちょうど 5 ステップで A にたどり着く確率を求めよ。
- (2) P が原点 O から出発して、ちょうど 6 ステップで値が 2 の点 B にたどり着く確率を求めよ。
- (3) P が原点 O から出発して、8 ステップ以上移動する確率を求めよ。

4

$0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ とし、 m を $\frac{\pi}{40}$ に最も近い整数とする。ただし、2 つある場合はどちらか一方を選ぶとする。このとき、 $\cos \theta \leq \sin 2m\theta$ となることを示せ。