

1

多項式 $F(x)$ を零でない多項式 $G(x)$ で割った余りを $R(x)$ とする．以下の問に答えよ．

(1) 方程式 $F(x) = 0$ と $G(x) = 0$ の共通解は方程式 $R(x) = 0$ の解であることを示せ．

(2) a は実数の定数として

$$G(x) = x^4 - ax^3 - 2x^2 + 2(a-2)x + 4a$$

$$R(x) = x^3 + x^2 - (a^2 + 3a + 6)x + 2a(a+3)$$

とする． $G(x)$ を $R(x)$ で割った余り $S(x)$ を求めよ．さらに，方程式 $F(x) = 0$ と $G(x) = 0$ の共通の実数解を求めよ．

2

6^n が 39 桁の自然数になるときの自然数 n を求めよ．その場合の n に対する 6^n の最高位の数字を求めよ．ただし

$$\log_{10} 2 = 0.3010, \quad \log_{10} 3 = 0.4771$$

とする．

3

(a, b) は xy 平面上の点とする. 点 (a, b) から曲線 $y = x^3 - x$ に接線がちょうど 2 本だけひけ, この 2 本の接線が直交するものとする. このときの (a, b) を求めよ.

4

1 個のサイコロを振り, 出た目が 1 から 5 ならば出た目の数を総得点に加算し, 出た目が 6 ならば総得点を 0 にするというゲームを考える. ゲーム開始時の総得点は 0 とする. たとえば, 3 回サイコロを振ったときに出た目が順に 1, 2, 3 ならば総得点は 6, 出た目が順に 4, 6, 5 ならば総得点は 5 である. 以下の間に答えよ.

- (1) ゲーム開始時サイコロを 2 回振った後の総得点の期待値を求めよ.
- (2) ゲームを開始してサイコロを 3 回振った後の総得点が 7 以上となる確率を求めよ.
- (3) 現在の総得点が S のとき, 次に 1 回サイコロを振った後の総得点の期待値が S 以下となるための S についての条件を求めよ.