$\boxed{1}$ $0 < t < \dfrac{1}{2}$ とし，平面上のベクトル $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ と単位ベクトル $\overrightarrow{e}$ が

(i) $(1-t)\overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b} = \overrightarrow{e}$

(ii) $(1-t)(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{e}) = t(\overrightarrow{b} + \overrightarrow{e})$

を満たすとする．さらに平面上のベクトル $\overrightarrow{x}$ があって，$\overrightarrow{x} - \overrightarrow{a}$ と $\overrightarrow{x} - \overrightarrow{b}$ が垂直で長さの比が $t : 1-t$ となるとする．このとき，内積 $\overrightarrow{x} \cdot \overrightarrow{e}$ を $t$ で表せ．

$\boxed{2}$ すべての内角が $180^\circ$ より小さい四角形 $ABCD$ がある．辺の長さが $AB = BC = r$, $AD = 2r$ とする．さらに，辺 $CD$ 上に点 $E$ があり，3 つの三角形 $\triangle ABC$, $\triangle ACE$, $\triangle ADE$ の面積はすべて等しいとする．$\alpha = \angle BAC$, $\beta = \angle CAD$ とおく．

(1) $\alpha = \beta$ を示せ．

(2) $\cos\angle DAB = \dfrac{3}{5}$ であるとするとき，$\sin\angle CAE$ の値を求めよ．

$\boxed{3}$ 1から6の番号のつけられた6個の箱に，それぞれ3枚ずつの皿が重ねて置かれている．白いサイコロと黒いサイコロそれぞれ1個を同時に振って，出た目に応じて次の規則で皿を移動させるものとする．2つのサイコロに同じ目がでたときは皿は移動させない．2つのサイコロに異なる目が出たときは，黒いサイコロの目の数と同じ番号の箱から皿1枚を白いサイコロの目の数と同じ番号の箱に移す．

(1) サイコロを3回振るとき，皿が4枚の箱と2枚の箱がそれぞれ3個ずつとなる確率を求めよ．

(2) サイコロを3回振るとき，皿が3枚の箱が2個，5枚の箱，4枚の箱，2枚の箱，1枚の箱がそれぞれ1個ずつとなる確率を求めよ．

$\boxed{4}$ 2つの曲線 $C : y = -x^2$ と $D : y = (x-a)^2 + b$ が1点で接している．曲線 $D$ と曲線 $E : y = \dfrac{1}{2}(x-1)^2 + 1$ によって囲まれる部分の面積 $S$ が最小となるように実数 $a, b$ を定め，そのときの $S$ を求めよ．