

1

人乗りと5人乗りの自動車が1台ずつあり、 a, b, c, d, e, f, g の7人が同じ目的地に出かける。誰が運転するか、どの席に座るかは区別しないものとして、以下の問いに答えよ。

- (1) 全員が運転でき、かつ全員が2台の自動車に分乗するものとする。分乗の組合せは何通りあるか。
- (2) 7人のうち運転できるのは a, b, c の3人だけで、各車に少なくとも1人は運転できる人が乗ることとする。全員が2台の自動車に分乗するとき、分乗の組合せは何通りあるか。
- (3) 全員が運転できるとする。歩いて行く人がいても、誰も乗らない自動車があってもよいとするとき、分乗の組合せは何通りあるか。

2

次の式で表される放物線を $C(\theta)$ とする。

$$y = x^2 - \frac{2}{\cos \theta}x + \frac{2 + \sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta}$$

$C(\theta)$ の頂点を $P(\theta)$ とし、 $C(\theta)$ と y 軸との交点を $R(\theta)$ とする。 θ が $-90^\circ < \theta < 90^\circ$ の範囲を動くとき、次の問いに答えよ。

- (1) 頂点 $P(\theta)$ の軌跡の方程式を求めよ。
- (2) $P(\theta)$ と $R(\theta)$ との距離の最小値を求めよ。

3 平面上のベクトル $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ があり、以下の関係を満たすとする。

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = 1, \quad \vec{b} \cdot \vec{b} = 1, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = k \quad (-1 < k < 1)$$

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = 0, \quad \vec{c} \cdot \vec{c} = 1, \quad \vec{a} \cdot \vec{c} > 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{d} = 0, \quad \vec{d} \cdot \vec{d} = 1, \quad \vec{b} \cdot \vec{d} > 0$$

- (1) $\vec{f} = p\vec{a} + q\vec{b}$ と表されるベクトル \vec{f} を考える。係数 p および q をベクトル $\vec{f}, \vec{a}, \vec{b}$ の内積と k を用いてそれぞれ表せ。
- (2) ベクトル \vec{c} および \vec{d} を \vec{a}, \vec{b}, k を用いてそれぞれ表せ。
- (3) ベクトル \vec{g} が $\vec{g} = r\vec{c} + s\vec{d}$ と表されるとき、(1) で与えられたベクトル \vec{f} との内積 $\vec{f} \cdot \vec{g}$ を k, p, q, r, s を用いて表せ。

4 $-180^\circ < \theta < 180^\circ$ とする。複素数 $z = \cos \theta + i \sin \theta$ に対し、 $w = \frac{1}{(1+z)^2}$ とおき、 w の実部と虚部をそれぞれ x, y とする。

- (1) x を $\cos \theta$ で表せ。
- (2) $\sqrt{x^2 + y^2}$ を $\cos \theta$ で表せ。
- (3) x を y で表せ。