

1

2つの関数を

$$t = \cos \theta + \sqrt{3} \sin \theta, \quad y = -4 \cos 3\theta + \cos 2\theta - \sqrt{3} \sin 2\theta + 2 \cos \theta + 2\sqrt{3} \sin \theta$$

とする。

- (1) $\cos 3\theta$ を t の関数で表せ。
- (2) y を t の関数で表せ。
- (3) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき, y の最大値, 最小値とそのときの θ の値を求めよ。

2

実数 a に対して, 集合 A, B を

$$A = \{x \mid x^2 + (1 - a^2)x + a^3 - 2a^2 + a \leq 0, x \text{ は実数} \}$$

$$B = \{x \mid x^2 + (2a - 7)x + a^2 - 7a + 10 < 0, x \text{ は実数} \}$$

と定める。共通部分 $A \cap B$ が空集合でないための a の範囲を求めよ。

3

三角形 ABC において,

$$AB = 1, \quad AC = 2, \quad \angle A = 60^\circ$$

とする。正の数 m, n に対し, 辺 BC, CA, AB を $m : n$ の比に内分する点を順に D, E, F とする。

- (1) 線分 DE と EF が垂直であるときの比 $m : n$ を求めよ。
- (2) どのような正の整数 m, n に対しても, 線分 AD と EF は垂直でないことを示せ。

4

ある人がバス停 A で A 発 B 行きのバスに乗り, バス停 B で B 発 C 行きのバスに乗りかえてバス停 C へ向かうものとする。バスの発車時刻, バス停での待ち時間, バスの乗車時間は次の 5 つの条件を満たすものとする。

1. A 発 B 行きおよび B 発 C 行きのバスは同時刻に 3 分おきで発車している。
2. バス停 A での待ち時間は 0 分または 1 分または 2 分で, それぞれの起こる確率は $\frac{1}{3}$ である。
3. バス停 B に到着後, 最初に発車する C 行きのバスに乗りかえる。
4. A 発 B 行きのバスの乗車時間は 8 分または 10 分で, それぞれの起こる確率は $\frac{1}{2}$ である。
5. B 発 C 行きのバスの乗車時間は 6 分または 7 分で, それぞれの起こる確率は $\frac{1}{2}$ である。

ただし, 条件 2, 4, 5 において, 待ち時間, 乗車時間の起こり方は独立であるとする。この人がバス停 A に到着後バス停 C へ到着するまでにかかる時間が n 分である確率 $P(n)$ を求めよ。