

1

12 つの放物線

$$C : y = -(x+1)^2 \quad D : y = (x-1)^2 + 1$$

の 2 本の共通接線を求めよ。また、 C, D の 2 本の共通接線と C の間で囲まれる部分の面積を求めよ。

2

放物線 $y = (x-p)^2 - 2$ が、3 点 $(0, 0)$, $(1, 2)$, $(0, 2)$ を頂点とする三角形と交わるような実数 p の範囲を求めよ。

3

袋の中に赤の玉と白の玉が合計 4 個入っている. 1 回の試行では袋から 1 個の玉を無作為に取り出し, それが白であれば袋に戻し, 赤の玉の場合は戻さずに別に用意した白の玉 1 個を袋に入れる.

- (1) 最初は赤の玉と白の玉が 2 個ずつであるとして, 3 回以下の試行で袋の中が白の玉 4 個となる確率を求めよ.
- (2) 最初は赤の玉が 3 個, 白の玉が 1 個であるとして, 5 回以下の試行で袋の中が白の玉 4 個となる確率を求めよ.

4

四面体 $OABC$ において, $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ とおく. 線分 OA, OB, OC, BC, CA, AB の中点をそれぞれ, L, M, N, P, Q, R とし, $\vec{p} = \overrightarrow{LP}$, $\vec{q} = \overrightarrow{MQ}$, $\vec{r} = \overrightarrow{NR}$ とおく.

- (1) 線分 LP, MQ, NR は 1 点で交わることを示せ.
- (2) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ を用いて表せ.
- (3) 直線 LP, MQ, NR が互いに直交するとする. X を $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{LP}$ となる空間の点とすると, 四面体 $XABC$ の体積を $|\vec{p}|, |\vec{q}|, |\vec{r}|$ を用いて表せ.