

1 三角形 ABC において、辺 AB を 2:1 に内分する点を M、辺 AC を 1:2 に内分する点を N とする。また、線分 BN と線分 CM の交点を P とする。

(1) $\overrightarrow{AP}$ を、 $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ を用いて表せ。

(2) 辺 BC, CA, AB の長さをそれぞれ a, b, c とするとき、線分 AP の長さを、 a, b, c を用いて表せ。

(配点率 30 %)

2

n を 2 以上の自然数とし、1 個のさいころを n 回投げて出る目の数を順に $X_1, X_2, \dots, X_n$ とする。 $X_1, X_2, \dots, X_n$ の最小公倍数を L_n ，最大公約数を G_n とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $L_2 = 5$ となる確率および $G_2 = 5$ となる確率を求めよ。
- (2) L_n が素数でない確率を求めよ。
- (3) G_n が素数でない確率を求めよ。

(配点率 35 %)

3

以下の問いに答えよ.

- (1) 実数 α, β に対し,

$$\int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)(x - \beta) dx = \frac{(\alpha - \beta)^3}{6}$$

が成り立つことを示せ.

- (2) a, b を $b > a^2$ を満たす定数とし, 座標平面上に点 $A(a, b)$ をとる.
さらに, 点 A を通り, 傾きが k の直線を ℓ とし, 直線 ℓ と放物線 $y = x^2$ で囲まれた部分の面積を $S(k)$ とする. k が実数全体を動くとき, $S(k)$ の最小値を求めよ.

(配点率 35 %)