$\boxed{\mathbf{1}}$ a を実数とする．C を放物線 $y = x^2$ とする．

(1) 点 $A(a, -1)$ を通るような C の接線は，ちょうど 2 本存在することを示せ．

(2) 点 $A(a, -1)$ から C に 2 本の接線を引き，その接点を P, Q とする．直線 PQ の方程式は $y = 2ax + 1$ であることを示せ．

(3) 点 $A(a, -1)$ と直線 $y = 2ax + 1$ の距離を L とする．a が実数全体を動くとき，L の最小値とそのときの a の値を求めよ．

(配点率 35 %)

$\boxed{\mathbf{2}}$ 空間内に，同一平面上にない 4 点 O, A, B, C がある。s, t を $0 < s < 1$, $0 < t < 1$ をみたす実数とする。線分 OA を 1:1 に内分する点を A_0, 線分 OB を 1:2 に内分する点を B_0, 線分 AC を $s : (1-s)$ に内分する点を P, 線分 BC を $t : (1-t)$ に内分する点を Q とする。さらに 4 点 A_0, B_0, P, Q が同一平面上にあるとする。

(1) t を s を用いて表せ。

(2) $|\overrightarrow{OA}| = 1$,　$|\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OC}| = 2$,　$\angle AOB = 120°$,
$\angle BOC = 90°$,　$\angle COA = 60°$,　$\angle POQ = 90°$ であるとき，s の値を求めよ。

(配点率 35 %)

$\boxed{\mathbf{3}}$ 整数 a, b, c に関する次の条件（*）を考える。

$$\int_a^c (x^2 + bx)\,dx = \int_b^c (x^2 + ax)\,dx \quad \cdots\cdots (*)$$

(1) 整数 a, b, c が (*) および a も含みたすとき，c^2 を a, b を用いて表せ。

(2) $c = 3$ のとき，(*) および $a < b$ をみたす整数の組 (a, b) をすべて求めよ。

(3) 整数 a, b, c が (*) および a も含みたすとき，c は 3 の倍数であることを示せ。

(配点率 30 %)