

1

xy 平面において, 連立不等式

$$0 \leq x \leq \pi, \quad 0 \leq y \leq \pi, \quad 2 \sin(x+y) - 2 \cos(x+y) \geq \sqrt{2}$$

の表す領域を D とする. このとき以下の問いに答えよ.

(1) D を図示せよ.

(2) 点 (x, y) が領域 D を動くとき, $2x + y$ の最大値と最小値を求めよ.

(配点率 35 %)

2

p を実数の定数とする. x の 2 次方程式

$$x^2 - (2p + |p| - |p + 1| + 1)x + \frac{1}{2}(2p + 3|p| - |p + 1| - 1) = 0$$

について以下の問いに答えよ.

- (1) この 2 次方程式は実数解をもつことを示せ.
- (2) この 2 次方程式が異なる 2 つの実数解 α, β をもち, かつ $\alpha^2 + \beta^2 \leq 1$ となるような定数 p の値の範囲を求めよ.

(配点率 35 %)

3

座標空間内の 2 つの球面

$$S_1 : (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 7$$

と

$$S_2 : (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 1$$

を考える. S_1 と S_2 の共通部分を C とする. このとき以下の問いに答えよ.

- (1) S_1 との共通部分が C となるような球面のうち, 半径が最小となる球面の方程式を求めよ.
- (2) S_1 との共通部分が C となるような球面のうち, 半径が $\sqrt{3}$ となる球面の方程式を求めよ.

(配点率 30 %)