

- 1 b, c を実数, q を正の実数とする. 放物線 $P: y = -x^2 + bx + c$ の頂点の y 座標が q のとき, 放物線 P と x 軸で囲まれた部分の面積 S を q を用いて表せ.

(配点率 35 %)

2

実数 x, y, z が

$$x + y + z = 1, \quad x + 2y + 3z = 5$$

を満たすとする.

(1) $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ の最小値を求めよ.

(2) $z \geq 0$ のとき, xyz が最大となる z の値を求めよ.

(配点率 35 %)

3

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある.

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 8a_n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) $b_n = \log_2 a_n$ とおく. b_{n+1} を b_n を用いて表せ.
- (2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ.
- (3) $P_n = a_1 a_2 a_3 \cdots a_n$ とおく. 数列 $\{P_n\}$ の一般項を求めよ.
- (4) $P_n > 10^{100}$ となる最小の自然数 n を求めよ.

(配点率 30 %)