$\boxed{\mathbf{1}}$ 実数 x, y が $|x| \leqq 1$ と $|y| \leqq 1$ を満たすとき，不等式

$$0 \leqq x^2 + y^2 - 2x^2y^2 + 2xy\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2} \leqq 1$$

が成り立つことを示せ。

(配点率 35 %)

$\boxed{\mathbf{2}}$ 直線 $\ell : y = kx + m \ (k > 0)$ が円 $C_1 : x^2 + (y-1)^2 = 1$ と放物線 $C_2 : y = -\dfrac{1}{2}x^2$ の両方に接している。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) k と m を求めよ。

(2) 直線 ℓ と放物線 C_2 および y 軸とで囲まれた図形の面積を求めよ。

(配点率 35 %)

$\boxed{\mathbf{3}}$　平面上に長さ 2 の線分 AB を直径とする円 C がある。2 点 A, B を除く C 上の点 P に対し，$AP = AQ$ となるように線分 AB 上の点 Q をとる。また，直線 PQ と円 C の交点のうち，P でない方を R とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) $\triangle AQR$ の面積を $\theta = \angle PAB$ を用いて表せ。

(2) 点 P を動かして $\triangle AQR$ の面積が最大になるとき，$\overrightarrow{AB}$ を $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AP}$ を用いて表せ。

(配点率 30 %)