

1

曲線 $C: y = -x^2 - 1$ を考える。

(1) t が実数全体を動くとき、曲線 C 上の点 $(t, -t^2 - 1)$ を頂点とする放物線

$$y = \frac{3}{4}(x - t)^2 - t^2 - 1$$

が通過する領域を xy 平面上に図示せよ。

(2) D を (1) で求めた領域の境界とする。 D が x 軸の正の部分と交わる点を $(a, 0)$ とし、 $x = a$ での C の接線を ℓ とする。 D と ℓ で囲まれた部分の面積を求めよ。

(配点率 35%)

2

連立方程式

$$\begin{cases} 2^x + 3y = 43 \\ \log_2 x - \log_3 y = 1 \end{cases}$$

を考える。

- (1) この連立方程式を満たす自然数 x, y の組を求めよ。
- (2) この連立方程式を満たす正の実数 x, y は, (1) で求めた自然数の組以外に存在しないことを示せ。

(配点率 35 %)

3

(1) 不等式

$$(|x| - 2)^2 + (|y| - 2)^2 \leq 1$$

の表す領域を xy 平面上に図示せよ。

(2) 1 個のさいころを 4 回投げ、 n 回目 ($n = 1, 2, 3, 4$) に出た目の数を a_n とする。このとき

$$(x, y) = (a_1 - a_2, a_3 - a_4)$$

が (1) の領域に含まれる確率を求めよ。

(配点率 30 %)