

1 点 O で交わる 2 つの半直線 OX, OY があって $\angle XOY = 60^\circ$ とする。
2 点 A, B が OX 上に O, A, B の順に、また、2 点 C, D が OY 上に O, C, D の順に並んでいるとして、線分 AC の中点を M 、線分 BD の中点を N とする。線分 AB の長さを s 、線分 CD の長さを t とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 線分 MN の長さを s と t を用いて表せ。
- (2) 点 A, B と C, D が、 $s^2 + t^2 = 1$ を満たしながら動くとき、線分 MN の長さの最大値を求めよ。

(配点率 35 %)

2

実数 a, b を係数に含む 3 次式 $P(x) = x^3 + 3ax^2 + 3ax + b$ を考える。

$P(x)$ の複素数の範囲における因数分解を

$$P(x) = (x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$$

とする。 α, β, γ の間に $\alpha + \gamma = 2\beta$ という関係があるとき、以下の問いに答えよ。

- (1) b を a の式で表せ。
- (2) α, β, γ がすべて実数であるとする。このとき a のとりうる値の範囲を求めよ。
- (3) (1) で求めた a の式を $f(a)$ とする。 a が (2) の範囲を動くとき、関数 $b = f(a)$ のグラフをかけ。

(配点率 35 %)

3

a を正の定数とし、

$$f(x) = |x - 3a| - a,$$

$$g(x) = -x^2 + 6ax - 5a^2 + a$$

を考える。

(1) 方程式 $f(x) = a$ の解を求めよ。

(2) $y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフで囲まれた部分の面積 S を求めよ。

(配点率 30 %)