

1

xy 平面において、放物線 $y = x^2$ を C とする．また、実数 k を与えたとき、 $y = x + k$ で定まる直線を l とする．

(1) $-2 < x < 2$ の範囲で C と l が 2 点で交わる時、 k の満たす条件を求めよ．

(2) k が (1) の条件を満たすとき、 C と l および 2 直線 $x = -2$, $x = 2$ で囲まれた 3 つの部分の面積の和 S を k の式で表せ．

(配点率 35 %)

2 n を 2 以上の自然数とする. 1 つのさいころを n 回投げ, 第 1 回目から第 n 回目までに出了目の最大公約数を G とする.

(1) $G = 3$ となる確率を n の式で表せ.

(2) G の期待値を n の式で表せ.

(配点率 35 %)

3

xy 平面において、原点 O を通る半径 r ($r > 0$) の円を C とし、その中心を A とする。 O を除く C 上の点 P に対し、次の 2 つの条件 (a)、(b) で定まる点 Q を考える。

(a) $\overrightarrow{OP}$ と $\overrightarrow{OQ}$ の向きが同じ。

(b) $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = 1$

以下の問いに答えよ。

(1) 点 P が O を除く C 上を動くとき、点 Q は $\overrightarrow{OA}$ に直交する直線上を動くことを示せ。

(2) (1) の直線を l とする。 l が C と 2 点で交わる時、 r のとりうる値の範囲を求めよ。

(配点率 30 %)