

1 a を実数とし、関数

$$f(x) = x^3 - 3ax + a$$

を考える。 $0 \leq x \leq 1$ において $f(x) \geq 0$ となるような a の範囲を求めよ。

(配点率 35 %)

2 自然数 m, n と $0 < a < 1$ を満たす実数 a を, 等式

$$\log_2 6 = m + \frac{1}{n+a}$$

が成り立つようにとる. 以下の問いに答えよ.

- (1) 自然数 m, n を求めよ.
- (2) 不等式 $a > \frac{2}{3}$ が成り立つことを示せ.

(配点率 35 %)

3 xy 平面上の点 $A(1,2)$ を通る直線 l が x 軸, y 軸とそれぞれ点 P, Q で交わるとする. 点 R を

$$\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OR}$$

を満たすようにとる. ただし, O は xy 平面の原点である. このとき, 直線 l の傾きにかかわらず, 点 R はある関数 $y = f(x)$ のグラフ上にある. 関数 $f(x)$ を求めよ.

(配点率 30%)