

問 題 紙

1

サイコロの出た目の数だけ数直線を正の方向に移動するゲームを考える。ただし、8 をゴールとしてちょうど 8 の位置へ移動したときにゲームを終了し、8 をこえた分についてはその数だけ戻る。たとえば、7 の位置で 3 が出た場合、8 から 2 戻って 6 へ移動する。なお、サイコロは 1 から 6 までの目が等確率で出るものとする。原点から始めて、サイコロを n 回投げ終えたときに 8 へ移動してゲームを終了する確率を p_n とおく。

(1) p_2 を求めよ。

(2) p_3 を求めよ。

(3) p_4 を求めよ。

2

a を実数とする。 $f(x) = x^3 + ax^2 + (3a - 6)x + 5$ について以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $y = f(x)$ が極値をもつ a の範囲を求めよ。

(2) 関数 $y = f(x)$ が極値をもつ a に対して、関数 $y = f(x)$ は $x = p$ で極大値、 $x = q$ で極小値をとるとする。関数 $y = f(x)$ のグラフ上の 2 点 $P(p, f(p))$ 、 $Q(q, f(q))$ を結ぶ直線の傾き m を a を用いて表せ。

3

i を虚数単位とする。

$z_1 = 3$ および、漸化式 $z_{n+1} = (1 + i)z_n + i$ ($n \geq 1$) によって定まる複素数からなる数列 $\{z_n\}$ について、以下の問いに答えよ。

(1) z_n を求めよ。

(2) すべての正の整数 m について、 $z_{8m-7} = 2^{4m-2} - 1$ となることを示せ。

(3) 複素数 z_n が表す複素数平面の点を P_n とする。 P_n, P_{n+1}, P_{n+2} を 3 頂点とする三角形の面積を求めよ。