問題紙

1 関数 $f(x) = -|2x - 1| + 1$ ($0 \leq x \leq 1$) を用いて、関数 $g(x) = -|2f(x) - 1| + 1$ ($0 \leq x \leq 1$) を考える。 $0 < c < 1$ のとき、 $g(x) = c$ を満たす x を求めよ。

2 a, b, c は定数とし、 $a > 0$ とする。

- (1) 曲線 $y = -ax^3 + bx + c$ の接線で点 $(0, t)$ (t は実数) を通るものがただ一本存在するための条件を求めよ。
- (2) (1) の接線が正の傾きを持つための t の範囲を求めよ。

3

(A)

a, b を正定数とし、平面ベクトル

$$\vec{OA} = (2a, a), \quad \vec{OB} = (0, 2b)$$

を考える。線分 OB の中点を C とする。直線 OA, OB 上にない平面上の点 P に対し、点 P を通り、直線 OB に平行な直線と直線 OA との交点を Q とし、点 P を通り、直線 OA に平行な直線と直線 OB との交点を R とすると、 $\vec{OQ} = s\vec{OA}$, $\vec{OR} = t\vec{OB}$ と表される。ただし、 s, t は実数である。

- (1) k を正定数とするとき、 $t = (s - k)^2$ を満たす点 P のなす曲線 F の方程式を求めよ。
- (2) 直線 AC が F と接するとき、 k の値を求めよ。

(B)

サイレンを断続的に鳴らして 16 秒の信号を作る。ただし、サイレンは 1 秒または 2 秒鳴り続けて 1 秒休み、これを繰り返す。また、信号はサイレンの音で始まり、サイレンの音で終わるものとする。

- (1) 1 秒または 2 秒鳴り続ける回数をそれぞれ m 回、 n 回とするとき、 m, n の満たす関係式を求めよ。
- (2) 信号は何通りできるか。