

〔 1 〕 (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 11 の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

2 つの放物線

$$C_1 : y = 2x^2, \quad C_2 : y = 2x^2 - 8x + 16$$

の両方に接する直線を ℓ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 直線 ℓ の方程式を求めよ。
- (2) 2 つの放物線 C_1, C_2 と直線 ℓ で囲まれた図形の面積を求めよ。

〔 2 〕 (配点 50 点)

【問題】

座標平面上の原点 $O(0, 0)$ 、点 $A(2, 1)$ を考える。点 B は第 1 象限にあり、

$$|OB| = \sqrt{10}, OA \perp AB$$

をみたすとする。以下の問いに答えよ。

(1) 点 B の座標を求めよ。

(2) s, t を正の実数とし、 $OC = sOA + tOB$ をみたす点 C を考える。三角形 OAC と三角形 OBC の面積が等しく、 $|OC| = 4$ が成り立つとき、 s, t の値を求めよ。

〔 3 〕 (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 13 の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

以下の問いに答えよ。

- (1) 自然数 a, b が $a < b$ をみたすとき、 $\frac{b!}{a!} \geq b$ が成り立つことを示せ。
- (2) $2 \cdot a! = b!$ をみたす自然数の組 (a, b) をすべて求めよ。
- (3) $a! + b! = 2 \cdot c!$ をみたす自然数の組 (a, b, c) をすべて求めよ。

〔 4 〕 (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 14 の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

n を 3 以上の整数とする。座標平面上の点のうち、 x 座標と y 座標がともに 1 以上 n 以下の整数であるものを考える。これら n^2 個の点のうち 3 点以上を通る直線の個数を $L(n)$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $L(3)$ を求めよ。
- (2) $L(4)$ を求めよ。
- (3) $L(5)$ を求めよ。