

〔 1 〕 (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 27 の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

点 $(a, 0)$ を通り、曲線 $y = e^{-x} - e^{-2x}$ に接する直線が存在するような定数 a の値の範囲を求めよ。

〔 2 〕 (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 28 の定められた場所に記入しなさい。

【問題】

a, b, c, d を整数とし, i を虚数単位とする。整式 $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ が $f\left(\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}\right) = 0$ をみたすとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) c, d を a, b を用いて表せ。
- (2) $f(1)$ を 7 で割ると 1 余り, 11 で割ると 10 余るとする。また, $f(-1)$ を 7 で割ると 3 余り, 11 で割ると 10 余るとする。 a の絶対値と b の絶対値がともに 40 以下であるとき, 方程式 $f(x) = 0$ の解をすべて求めよ。

〔 3 〕 (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 29 の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

四面体 $OABC$ において、辺 OA の中点と辺 BC の中点を通る直線を ℓ 、辺 OB の中点と辺 CA の中点を通る直線を m 、辺 OC の中点と辺 AB の中点を通る直線を n とする。 $\ell \perp m$ 、 $m \perp n$ 、 $n \perp \ell$ であり、 $AB = \sqrt{5}$ 、 $BC = \sqrt{3}$ 、 $CA = 2$ のとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 直線 OB と直線 CA のなす角 θ $\left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$ を求めよ。
- (2) 四面体 $OABC$ の 4 つの頂点をすべて通る球の半径を求めよ。

〔 4 〕 (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 30 の定められた場所に記入しなさい。

【問題】

4 個のサイコロを同時に投げるとき、出る目すべての積を X とする。以下の問いに答えよ。

- (1) X が 25 の倍数になる確率を求めよ。
- (2) X が 4 の倍数になる確率を求めよ。
- (3) X が 100 の倍数になる確率を求めよ。

〔 5 〕 (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 31 の定められた場所に記入しなさい。

【問題】

座標空間において、中心 $(0, 2, 0)$ 、半径 1 で xy 平面内にある円を D とする。 D を底面とし、 $z \geq 0$ の部分にある高さ 3 の直円柱（内部を含む）を E とする。点 $(0, 2, 2)$ と x 軸を含む平面で E を 2 つの立体に分け、 D を含む方を T とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $-1 \leq t \leq 1$ とする。平面 $x = t$ で T を切ったときの断面積 $S(t)$ を求めよ。また、 T の体積を求めよ。
- (2) T を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。