

〔 1 〕 (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 23 の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

$a \geq 0$ とする。2 つの放物線 $C_1 : y = x^2$, $C_2 : y = 3(x - a)^2 + a^3 - 40$ を考える。以下の問いに答えよ。

- (1) C_1 と C_2 が異なる 2 点で交わるような定数 a の値の範囲を求めよ。
- (2) a が (1) で求めた範囲を動くとき、 C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積 S の最大値を求めよ。

〔 2 〕 (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 24 の定められた場所に記入しなさい。

【問題】

座標空間内の 4 点 $O(0, 0, 0)$ 、 $A(1, 1, 0)$ 、 $B(1, 0, p)$ 、 $C(q, r, s)$ を頂点とする四面体が正四面体であるとする。ただし、 $p > 0$ 、 $s > 0$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) p 、 q 、 r 、 s の値を求めよ。
- (2) z 軸に垂直な平面で正四面体 $OABC$ を切ったときの断面積の最大値を求めよ。

〔 3 〕 (配点 50 点)

a, b, c を整数とし、 i を虚数単位とする。整式 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ が

$$f\left(\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}\right) = 0$$

をみたすとき、以下の問いに答えよ。

- (1) a, b を c を用いて表せ。
- (2) $f(1)$ を 7 で割ると 4 余り、 $f(-1)$ を 11 で割ると 2 余るとする。 c の絶対値が 40 以下であるとき、方程式 $f(x) = 0$ の解をすべて求めよ。

〔 4 〕 (配点 50 点)

この問題の解答は，解答紙 26 の定められた場所に記入しなさい。

【問題】

4 個のサイコロを同時に投げるとき，出る目すべての積を X とする。以下の問いに答えよ。

- (1) X が 25 の倍数になる確率を求めよ。
- (2) X が 4 の倍数になる確率を求めよ。
- (3) X が 100 の倍数になる確率を求めよ。