

〔 1 〕 (配点 50 点)

$\angle A$  が直角の二等辺三角形  $ABC$  を考える. 辺  $BC$  の中点を  $M$  とし, 線分  $AM$  を  $1:3$  に内分する点を  $P$  とする. また, 点  $P$  を通り辺  $BC$  に平行な直線と, 辺  $AB, AC$  との交点をそれぞれ  $Q, R$  とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $\cos \angle QMR$  を求めよ.
- (2)  $\angle QMR$  の 2 倍と  $\angle QMB$  の大小を判定せよ.

〔 2 〕 (配点 50 点)

座標平面に 3 点  $O(0, 0)$ 、 $A(2, 6)$ 、 $B(3, 4)$  をとり、点  $O$  から直線  $AB$  に垂線  $OC$  を下ろす。また、実数  $s$  と  $t$  に対し、点  $P$  を

$$\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$$

で定める。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点  $C$  の座標を求め、 $|\overrightarrow{CP}|^2$  を  $s$  と  $t$  を用いて表せ。
- (2)  $s = \frac{1}{2}$  とし、 $t$  を  $t \geq 0$  の範囲で動かすとき、 $|\overrightarrow{CP}|^2$  の最小値を求めよ。
- (3)  $s = 1$  とし、 $t$  を  $t \geq 0$  の範囲で動かすとき、 $|\overrightarrow{CP}|^2$  の最小値を求めよ。

〔 3 〕 (配点 50 点)

1 から 6 までの数字が 1 つずつ書かれている 6 枚のカードがある。これらをよくきった上で、左から右に一行に並べる。カードに書かれた数字を左から順に  $a, b, c, d, e, f$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $a + b = c$  となる確率を求めよ。
- (2)  $a + b = c + d$  となる確率を求めよ。

[ 4 ] (配点 50 点)

曲線  $y = x^2$  の点  $P(a, a^2)$  における接線と点  $Q(b, b^2)$  における接線が点  $R$  で交わるとする。ただし、 $a < 0 < b$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点  $R$  の座標および三角形  $PRQ$  の面積を求めよ。
- (2) 線分  $PR$  と線分  $QR$  を 2 辺とする平行四辺形を  $PRQS$  とする。折れ線  $PSQ$  と曲線  $y = x^2$  で囲まれた図形の面積を求めよ。
- (3)  $\angle PRQ = 90^\circ$  を満たしながら  $P$  と  $Q$  が動くとき、(2) で求めた面積の最小値を求めよ。