〔 **1** 〕(配点 50 点)

$$f(x) = (x^2 - 2)(x^2 - 4x + 2)$$

とおく．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 方程式 $f(x) = 0$ の実数解 x をすべて求め，小さい順に並べよ．

(2) 不等式 $f(n) \leqq 0$ を満たす整数 n をすべて求めよ．

(3) 不等式 $f(n) \leqq 1$ を満たす整数 n をすべて求めよ．

〔 **2** 〕 (配点 50 点)

t を $0 \leqq t \leqq 1$ を満たす数とし，空間内の 4 点 $A(t, 0, 1)$，$B(1, t, 0)$，$C(0, 1, t)$，$P\left(\dfrac{4}{9}, \dfrac{4}{9}, 0\right)$ を考える．このとき，次の問いに答えよ．

(1) $\triangle ABC$ は正三角形であることを示し，その面積 $S(t)$ を求めよ．

(2) $\triangle ABC$ の重心を G とする．PG は AB，AC の両方に垂直であることを示せ．

(3) 四面体 $PABC$ の体積 $V(t)$ を求めよ．また $V(t)$ の最小値とその最小値を与える t の値を求めよ．

〔 **3** 〕 (配点 50 点)

図のような 1 辺の長さが 1 の正方形 $ABCD$ がある。この正方形の辺上の点 Q を，コインを投げて表が出れば反時計まわりに 1，裏が出れば時計まわりに 1 動かす試行を考える。点 Q が頂点 A から出発してこの試行が繰り返し行われるものとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 表の出る確率が $\dfrac{1}{2}$ のコインを投げて，上記の試行を 2 回繰り返すとき，各頂点 A，B，C，D に点 Q がある確率をそれぞれ求めよ。同様に上記の試行を 3 回および 4 回繰り返すとき，各頂点 A，B，C，D に点 Q がある確率をそれぞれ求めよ。

(2) 表の出る確率 p が $\dfrac{1}{2}$ より大きいコインを投げて，上記の試行を 2 回繰り返すとき，頂点 A，B，C，D のうち点 Q が頂点 C にある確率が最大となることを示せ。同様に 3 回繰り返すとき，点 Q が頂点 D にある確率が最大となることを示せ。

〔 **4** 〕 (配点 50 点)

3 辺の長さがそれぞれ $\sqrt{x^2-2x}$，$4-x$，2 で表される三角形がある．長さ $\sqrt{x^2-2x}$ の辺は他の 2 辺より長さが短くないとする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) このような三角形が描けるための x の満たす範囲を求めよ．

(2) この三角形の最短の辺と向かい合った角の大きさを θ とするとき，$\cos\theta$ を x を用いて表せ．

(3) x が (1) で求めた範囲にあるときの $\cos\theta$ の最小値と，その最小値を与える x の値を求めよ．