

1

(30点)

- (1) 10進法で表された数 6.75 を 2進法で表せ. また, この数と 2進法で表された数 101.0101 との積として与えられる数を 2進法および 4進法で表せ.
- (2) $\triangle OAB$ において $OA = 3$, $OB = 2$, $\angle AOB = 60^\circ$ とする. $\triangle OAB$ の垂心を H とするとき, \overrightarrow{OH} を \overrightarrow{OA} と \overrightarrow{OB} を用いて表せ.

2

(30点)

定積分 $\int_{-1}^1 \left| x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \right| dx$ を求めよ.

3

(30点)

n を 2 以上の整数とする. 1 から n までの番号が付いた n 個の箱があり, それぞれの箱には赤玉と白玉が 1 個ずつ入っている. このとき操作 (*) を $k = 1, \dots, n-1$ に対して, k が小さい方から順に 1 回ずつ行う.

(*) 番号 k の箱から玉を 1 個取り出し, 番号 $k+1$ の箱に入れてよくかきまぜる.

一連の操作がすべて終了した後, 番号 n の箱から玉を 1 個取り出し, 番号 1 の箱に入れる. このとき番号 1 の箱に赤玉と白玉が 1 個ずつ入っている確率を求めよ.

4

(30点)

空間の8点

$$O(0, 0, 0), \quad A(1, 0, 0), \quad B(1, 2, 0), \quad C(0, 2, 0),$$

$$D(0, 0, 3), \quad E(1, 0, 3), \quad F(1, 2, 3), \quad G(0, 2, 3)$$

を頂点とする直方体 $OABC-DEFG$ を考える. 点 O 、点 F 、辺 AE 上の点 P 、および辺 CG 上の点 Q の4点が同一平面上にあるとする. このとき、四角形 $OPFQ$ の面積 S を最小にするような点 P および点 Q の座標を求めよ. また、そのときの S の値を求めよ.

5

(30点)

p が素数ならば $p^4 + 14$ は素数でないことを示せ.

問題は、このページで終わりである。