

1

(30 点)

a を負の実数とする. xy 平面上で曲線 $C : y = |x|x - 3x + 1$ と直線 $\ell : y = x + a$ のグラフが接するときの a の値を求めよ. このとき, C と ℓ で囲まれた部分の面積を求めよ.

2

(30 点)

x の 2 次関数で, そのグラフが $y = x^2$ のグラフと 2 点で直交するようなものをすべて求めよ. ただし, 2 つの関数のグラフがある点で直交するとは, その点が 2 つのグラフの共有点であり, かつ接線どうしが直交することをいう.

3

(30 点)

a を奇数とし, 整数 m, n に対して,

$$f(m, n) = mn^2 + am^2 + n^2 + 8$$

とおく. $f(m, n)$ が 16 で割り切れるような整数の組 (m, n) が存在するための a の条件を求めよ.

4

(30 点)

k を正の実数とする．座標空間において，原点 O を中心とする半径 1 の球面上の 4 点 A, B, C, D が次の関係式を満たしている．

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OD} = \frac{1}{2},$$

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = -\frac{\sqrt{6}}{4},$$

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OD} = k.$$

このとき， k の値を求めよ．ただし，座標空間の点 X, Y に対して， $\overrightarrow{OX} \cdot \overrightarrow{OY}$ は， $\overrightarrow{OX}$ と $\overrightarrow{OY}$ の内積を表す．

5

(30 点)

縦 4 個，横 4 個のマス目のそれぞれに 1, 2, 3, 4 の数字を入れていく．このマス目の横の並びを行といい，縦の並びを列という．どの行にも，どの列にも同じ数字が 1 回しか現れない入れ方は何通りあるか求めよ．下図はこのような入れ方の 1 例である．

1	2	3	4
3	4	1	2
4	1	2	3
2	3	4	1

問題は，このページで終わりである。