

1

(30 点)

放物線 $C: y = x^2$ と 2 直線 $l_1: y = px - 1$, $l_2: y = -x - p + 4$ は 1 点で交わるという。このとき実数 p の値を求めよ。

2

(30 点)

座標空間に 4 点 $A(2, 1, 0)$, $B(1, 0, 1)$, $C(0, 1, 2)$, $D(1, 3, 7)$ がある。3 点 A, B, C を通る平面に関して点 D と対称な点を E とするとき、点 E の座標を求めよ。

3

(30 点)

$Q(x)$ を 2 次式とする。整式 $P(x)$ は $Q(x)$ では割り切れないが、 $[P(x)]^2$ は $Q(x)$ で割り切れるという。このとき 2 次方程式 $Q(x) = 0$ は重解を持つことを示せ。

4

(30 点)

関数 $y = f(x)$ のグラフは、座標平面で原点に関して点対称である。さらにこのグラフの $x \leq 0$ の部分は、軸が y 軸に平行で、点 $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$ を頂点とし、原点を通る放物線と一致している。このとき $x = -1$ におけるこの関数の接線とこの関数のグラフによって囲まれる図形の面積を求めよ。

5

(30 点)

n, k は自然数で $k \leq n$ とする。穴のあいた $2k$ 個の白玉と $2n - 2k$ 個の黒玉にひもを通して輪を作る。このとき適当な 2 箇所ではひもを切って n 個ずつの 2 組に分け、どちらの組も白玉 k 個、黒玉 $n - k$ 個からなるようにできることを示せ。

問題は、このページで終わりである。