

1 関数 $f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x + 30$ について考える。 $y = f(x)$ のグラフを C とおく。

- (1) $f(x)$ が極大値, 極小値をとるような x をそれぞれ求め, $f(x)$ の極大値, 極小値を求めよ。
- (2) C 上の点 $(-3, -6)$ を通り, C に接する直線の方程式をすべて求めよ。

2 整数 a, b, c は条件

$$2 \leq a < b < c \leq 6$$

を満たすとする。

- (1) 不等式 $a + b > c$ を満たすような (a, b, c) をすべて挙げよ。
- (2) 不等式 $a^2 + b^2 \geq c^2$ を満たすような (a, b, c) をすべて挙げよ。
- (3) (2) で求めた各 (a, b, c) について, 頂点 A, B, C と向かい合う辺の長さがそれぞれ a, b, c で与えられる $\triangle ABC$ を考える。このようなすべての $\triangle ABC$ について $\cos \angle ACB$ を求めよ。

3 数列 $\{a_n\}$ を次の条件により定める。

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 3,$$

$$(n+1)a_{n+2} - (2n+3)a_{n+1} + (n+2)a_n = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) $b_n = a_{n+1} - a_n$ とおくと,

$$b_{n+1} = \frac{n+2}{n+1}b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つことを示せ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3)

$$\sum_{n=1}^{225} \frac{1}{a_n}$$

の値を求めよ。

4 関数 $f(x)$ は、すべての実数 x およびすべての整数 n について $f(nx) = \{f(x)\}^n$ を満たし、さらに $f(1) = 2$ を満たすとする。ただし、 $f(x)$ のとりうる値は 0 でない実数とする。

(1) $f(n) \leq 100$ となるような最大の整数 n を求めよ。

(2) すべての実数 x について $f(x) > 0$ であることを証明せよ。

(3) $f(0.25)$ を求めよ。

(4) a が有理数のとき、 $f(a)$ を a で表せ。