

1 $P(x)$ を x についての整式とし、 $P(x)P(-x) = P(x^2)$ は x についての恒等式であるとする。

- (1) $P(0) = 0$ または $P(0) = 1$ であることを示せ。
- (2) $P(x)$ が $x - 1$ で割り切れないならば、 $P(x) - 1$ は $x + 1$ で割り切れることを示せ。
- (3) 次数が 2 である $P(x)$ をすべて求めよ。

2 三角形 OAB は辺の長さが $OA = 3$ 、 $OB = 5$ 、 $AB = 7$ であるとする。また、 $\angle AOB$ の 2 等分線と直線 AB との交点を P とし、頂点 B における外角の 2 等分線と直線 OP との交点を Q とする。

- (1) $\overrightarrow{OP}$ を $\overrightarrow{OA}$ 、 $\overrightarrow{OB}$ を用いて表せ。また、 $|\overrightarrow{OP}|$ の値を求めよ。
- (2) $\overrightarrow{OQ}$ を $\overrightarrow{OA}$ 、 $\overrightarrow{OB}$ を用いて表せ。また、 $|\overrightarrow{OQ}|$ の値を求めよ。

- 3** n を 2 以上の自然数とする。1 個のさいころを n 回投げて出た目の数を順に $a_1, a_2, \dots, a_n$ とし、

$$K_n = |1 - a_1| + |a_1 - a_2| + \cdots + |a_{n-1} - a_n| + |a_n - 6|$$

とおく。また、 K_n のとりうる値の最小値を q_n とする。

- (1) $K_2 = 5$ となる確率を求めよ。
- (2) $K_3 = 5$ となる確率を求めよ。
- (3) q_n を求めよ。また、 $K_n = q_n$ となるための $a_1, a_2, \dots, a_n$ に関する必要十分条件を求めよ。

- 4** q を実数とする。座標平面上に円 $C: x^2 + y^2 = 1$ と放物線 $P: y = x^2 + q$ がある。

- (1) C と P に同じ点で接する傾き正の直線が存在するとき、 q の値およびその接点の座標を求めよ。
- (2) (1) で求めた q の値を q_1 、接点の y 座標を y_1 とするとき、連立不等式

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1 \\ y \geq x^2 + q_1 \\ y \leq y_1 \end{cases}$$

の表す領域の面積を求めよ。