

1 $P(x)$ を x についての整式とし、 $P(x)P(-x) = P(x^2)$ は x についての恒等式であるとする。

- (1) $P(0) = 0$ または $P(0) = 1$ であることを示せ。
- (2) $P(x)$ が $x - 1$ で割り切れないならば、 $P(x) - 1$ は $x + 1$ で割り切れることを示せ。
- (3) 次数が 2 である $P(x)$ をすべて求めよ。

2 三角形 OAB は辺の長さが $OA = 3$ 、 $OB = 5$ 、 $AB = 7$ であるとする。また、 $\angle AOB$ の 2 等分線と直線 AB との交点を P とし、頂点 B における外角の 2 等分線と直線 OP との交点を Q とする。

- (1) $\overrightarrow{OP}$ を $\overrightarrow{OA}$ 、 $\overrightarrow{OB}$ を用いて表せ。また、 $|\overrightarrow{OP}|$ の値を求めよ。
- (2) $\overrightarrow{OQ}$ を $\overrightarrow{OA}$ 、 $\overrightarrow{OB}$ を用いて表せ。また、 $|\overrightarrow{OQ}|$ の値を求めよ。

3 $\angle A = 90^\circ$ 、 $\angle B = 60^\circ$ である直角三角形 ABC において、その内接円を中心を O 、半径を r とおく。また、 $\alpha = BC$ とする。

- (1) r を α で表せ。
- (2) 次の条件をみたす負でない整数 k, l, m, n の組を一つ求めよ。

$$OA : OB = 1 : (k + \sqrt{l}), \quad OA : OC = 1 : (m + \sqrt{n})$$

4 箱の中に 1 文字ずつ書かれたカードが 10 枚ある。そのうち 5 枚には A、3 枚には B、2 枚には C と書かれている。箱から 1 枚ずつ、3 回カードを取り出す試行を考える。

- (1) カードを取り出すごとに箱に戻す場合、1 回目と 3 回目に取り出したカードの文字が一致する確率を求めよ。
- (2) 取り出したカードを箱に戻さない場合、1 回目と 3 回目に取り出したカードの文字が一致する確率を求めよ。
- (3) 取り出したカードを箱に戻さない場合、2 回目に取り出したカードの文字が C であるとき、1 回目と 3 回目に取り出したカードの文字が一致する条件付き確率を求めよ。