$\boxed{\mathbf{1}}$ k を正の実数とする。座標平面上に直線 $\ell : y = kx+1$ と放物線 $C : y = x^2$ がある。ℓ と C の交点のうち x 座標の小さい方を P、大きい方を Q とする。さらに，線分 PQ の垂直二等分線を m とし，m と C の交点のうち x 座標の小さい方を R、大きい方を S とする。

(1) 線分 PQ の中点 M の座標を k を用いて表せ。

(2) k が正の実数を動くとき，線分 RS の中点 N の y 座標が最小となる k の値を求めよ。また，そのときの P と Q の座標を求めよ。

$\boxed{\mathbf{2}}$ 関数

$$f(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 2\theta - \sin\theta + \cos\theta \quad (0 \leqq \theta \leqq \pi)$$

を考える。

(1) $t = \sin\theta - \cos\theta$ とおく。$f(\theta)$ を t の式で表せ。

(2) $f(\theta)$ の最大値と最小値，およびそのときの θ の値を求めよ。

(3) a を実数の定数とする。$f(\theta) = a$ となる θ がちょうど 2 個であるような a の範囲を求めよ。

$\boxed{\mathbf{3}}$ n を 2 以上の自然数とする。1 個のさいころを続けて n 回投げる試行を行い、出た目を順に $X_1, X_2, \cdots, X_n$ とする。

(1) $X_1, X_2, \cdots, X_n$ の最大公約数が 3 となる確率を n の式で表せ。

(2) $X_1, X_2, \cdots, X_n$ の最大公約数が 1 となる確率を n の式で表せ。

$\boxed{\mathbf{4}}$ 座標平面上に 2 つの放物線 $C_1 : y = 2x^2$ と $C_2 : y = -x^2 + 2x - \dfrac{19}{8}$ がある。

(1) C_1 と C_2 の両方に接する直線をすべて求めよ。

(2) (1) で求めた直線のうち傾きが負であるものを ℓ とする。C_1, x 軸および ℓ が囲む部分の面積を求めよ。