

**1**  $a, b, c$  を実数とし,

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

とおく。曲線  $C : y = f(x)$  上に異なる 2 点  $P(s, f(s)), Q(t, f(t))$  がある。

- (1)  $P$  における  $C$  の接線の方程式を求めよ。
- (2)  $P$  における  $C$  の接線と  $Q$  における  $C$  の接線が平行になるための条件を  $s, t, a$  の関係式として求めよ。
- (3) (2) の条件のもとで、線分  $PQ$  の中点が  $C$  上にあることを示せ。

**2**

$$f(x) = |x(x-2)| + |(x-1)(x-4)| + 3x - 10 \quad (-2 \leq x \leq 4)$$

とおく。

- (1) 関数  $y = f(x)$  のグラフをかけ。グラフと  $x$  軸との 2 つの交点の  $x$  座標  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ ) の値も求めよ。
- (2) (1) の  $\alpha, \beta$  に対して、定積分

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$$

の値を求めよ。

**3**  $\triangle ABC$  が,  $AB = 2$ ,  $AC = 1 + \sqrt{3}$ ,  $\angle ACB = 45^\circ$  をみたすとする。

- (1)  $\beta = \angle ABC$  とおくとき,  $\sin \beta$  および  $\cos 2\beta$  の値を求めよ。
- (2)  $\beta$  の値を求めよ。
- (3)  $\triangle ABC$  の外接円の中心を  $O$  とする。 $\triangle ABC$  が鋭角三角形であるとき,

$$\overrightarrow{OC} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$$

をみたす実数  $s, t$  を求めよ。

**4**  $x, y$  を自然数とする。

- (1)  $\frac{3x}{x^2 + 2}$  が自然数であるような  $x$  をすべて求めよ。
- (2)  $\frac{3x}{x^2 + 2} + \frac{1}{y}$  が自然数であるような組  $(x, y)$  をすべて求めよ。