$\boxed{\mathbf{1}}$ 関数 $f(x) = \sqrt{2}\sin x\cos x + \sin x + \cos x$ （$0 \leqq x \leqq 2\pi$）について考える。

(1) $t = \sin x + \cos x$ とおき，$f(x)$ を t の関数で表せ。

(2) t の取り得る値の範囲を求めよ。

(3) $f(x)$ の最大値と最小値，およびそのときの x の値を求めよ。

$\boxed{\mathbf{2}}$ 次の規則に従って座標平面を動く点 P がある。2 個のサイコロを同時に投げて出た目の積を X とする。

(i) X が 4 の倍数ならば，点 P は x 軸方向に -1 動く。

(ii) X を 4 で割った余りが 1 ならば，点 P は y 軸方向に -1 動く。

(iii) X を 4 で割った余りが 2 ならば，点 P は x 軸方向に $+1$ 動く。

(iv) X を 4 で割った余りが 3 ならば，点 P は y 軸方向に $+1$ 動く。

たとえば，2 と 5 が出た場合には $2 \times 5 = 10$ を 4 で割った余りが 2 であるから，点 P は x 軸方向に $+1$ 動く。

以下のいずれの問題でも，点 P は原点 $(0,0)$ を出発点とする。

(1) 2 個のサイコロを 1 回投げて，点 P が $(1,0)$ にある確率を求めよ。

(2) 2 個のサイコロを 1 回投げて，点 P が $(0,1)$ にある確率を求めよ。

(3) 2 個のサイコロを 3 回投げて，点 P が $(2,1)$ にある確率を求めよ。

$\boxed{\mathbf{3}}$ 空間ベクトル $\vec{a}=(1,0,0)$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ を考える。$|\vec{b}|=|\vec{c}|=|\vec{d}|=1$ で，$\vec{b}$ は xy 平面上にあり，その y 成分は正とする。また，$\vec{a}\cdot\vec{b}=p$ とおく。

(1) $|p|<1$ であることを示せ。また，p を用いて $\vec{b}$ の成分表示を書け。

(2) $\vec{c}$ と $\vec{d}$ は相異なり，

$$\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{d}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{d}=p$$

をみたすとする。$\vec{c}$ の z 成分が正のとき，p を用いて $\vec{c}$ と $\vec{d}$ の成分表示を書け。

(3) 上の条件に加えて $\vec{c}\cdot\vec{d}=p$ であるとき p の値を求めよ。

$\boxed{\mathbf{4}}$ 実数 t が $0\leqq t<8$ をみたすとき，点 $P(t\,,\,t^3-8t^2+15t-56)$ を考える。

(1) 点 P から放物線 $y=x^2$ に 2 本の異なる接線が引けることを示せ。

(2) (1) での 2 本の接線の接点を Q および R とする。線分 PQ、PR と放物線 $y=x^2$ で囲まれた領域の面積 $S(t)$ を t を用いて表せ。