

- 1** $\gamma = 1 + \sqrt{3}i$ とする。ただし、 i は虚数単位である。実数 a, b に対して多項式 $P(x)$ を

$$P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 - 8(\sqrt{3} + 1)x + 16$$

で定める。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $P(\gamma) = 0$ となるように a と b を定めよ。
- (2) (1) で定めた a と b に対して、 $P(x) = 0$ となる複素数 x で γ 以外のものをすべて求めよ。

- 2** 座標平面上の点 (a, b) で a と b のどちらも整数となるものを格子点と呼ぶ。 $y = 3x^2 - 6x$ で表される放物線を C とする。 n を自然数とし、 C 上の点 $P(n, 3n^2 - 6n)$ をとる。原点を $O(0, 0)$ とする。 C と線分 OP で囲まれる図形を D とする。ただし、 D は境界を含むとする。 $0 \leq k \leq n$ をみたす整数 k に対して、直線 $x = k$ 上にあり D に含まれる格子点の個数を $f(k)$ とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $f(k)$ を求めよ。
- (2) D に含まれる格子点の総数を求めよ。
- (3) $f(k)$ が最大になるような k を求めよ。

3 実数 $t > 0$ に対して、座標平面上に点 $P(t, 0)$ 、点 $Q(2t, 1 - 4t^2)$ 、点 $R(-t, 1 - t^2)$ をとる。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) P, Q, R が一直線上にあるような t の値を求めよ。

(2) (1) で求めた値を t_0 とする。 $0 < t < t_0$ のとき、三角形 $\triangle PQR$ の面積 $S(t)$ の最大値とそのときの t の値を求めよ。

4 図はある三角錐 V の展開図である。ここで $AB = 4$ 、 $AC = 3$ 、 $BC = 5$ 、 $\angle ACD = 90^\circ$ で $\triangle ABE$ は正三角形である。このとき、 V の体積を求めよ。