$\boxed{\mathbf{1}}$ b は実数とし、c は 0 でない実数とする。2 次方程式 $x^2+bx+c=0$ の解を $a,\ \beta$ とおく。

(1) $a,\ \beta$ はともに 0 でないことを示せ。

(2) $\dfrac{a}{\beta}$ または $\dfrac{\beta}{a}$ が実数 r に等しいとき、b^2 を c と r を用いて表せ。

$\boxed{\mathbf{2}}$ 空間の 2 点 P，Q の原点 O を基点とする位置ベクトルが

$$\overrightarrow{OP}=(2\cos t, 2\sin t, 1),\quad \overrightarrow{OQ}=(-\sin 3t, \cos 3t, -1)$$

によって与えられている。ただし、$-180^\circ \leqq t \leqq 180^\circ$ とする。

(1) 点 P と点 Q の距離が最小となる t と、そのときの点 P の座標を求めよ。

(2) $\overrightarrow{OP}$ と $\overrightarrow{OQ}$ のなす角が 0° 以上 90° 以下となる t の範囲を求めよ。

$\boxed{\mathbf{3}}$ 実数 p に対して 3 次方程式

$$4x^3 - 12x^2 + 9x - p = 0 \quad ①$$

を考える。

(1) 関数 $f(x) = 4x^3 - 12x^2 + 9x$ の極値を求めて、$y = f(x)$ のグラフをかけ。

(2) 方程式①の実数解のなかで $0 \leqq x \leqq 1$ の範囲にあるものがただひとつであるための p の条件を求めよ。

$\boxed{\mathbf{4}}$ 1 つのさいころを投げ続けて、同じ目が 2 回連続して出たら終了するものとする。

(1) ちょうど 3 回目に終了する確率を求めよ。

(2) 3 回目以内（3 回目も含む）に終了する確率を求めよ。

(3) ちょうど r 回目に終了する確率を求めよ。ただし $r \geqq 2$ とする。