

1 次の問いに答えよ。

(1) x についての 2 次方程式 $x^2 - 2kx - 3k^2 + 1 = 0$ が虚数解をもつような実数 k の値の範囲を求めよ。

(2) (1) で求めた k の範囲で $F(k) = \int_0^k (x^2 - 2kx - 3k^2 + 1)dx$ の最小値と最大値を求めよ。

2 2 次の整式 $f(x) = x^2 + ax + b$ を考える。すべての自然数 n に対して

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f(k) = \frac{1}{3} f(n)$$

が成り立つような $f(x)$ を求めよ。

3 袋の中に赤、青、黄、緑の 4 色の球が 1 個ずつ合計 4 個入っている。袋から球を 1 個取り出してその色を記録し袋にもどす試行を、くりかえし 4 回行う。こうして記録された相異なる色の数を X とし、 X の値が k である確率を P_k ($k = 1, 2, 3, 4$) とする。

(1) 確率 P_3 と P_4 を求めよ。

(2) X の期待値 E を求めよ。

4 半径 1 の球に内接する正四面体の一辺の長さを求めよ。