

- 1 n を 2 以上 20 以下の整数, k を 1 以上 $n - 1$ 以下の整数とする。

$$n + 2C_{k+1} = 2(nC_{k-1} + nC_{k+1})$$

が成り立つような整数の組 (n, k) を求めよ。

- 2 a を正の実数とする。2 つの曲線 $C_1 : y = x^3 + 2ax^2$ および

$$C_2 : y = 3ax^2 - \frac{3}{a}$$

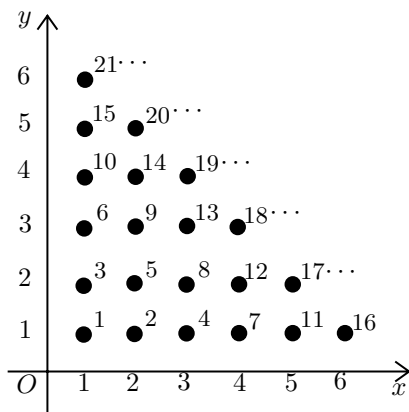
の両方に接する直線が存在するような a の範囲を求めよ。

- 3 原点を O とする座標空間内に 3 点 $A(-3, 2, 0)$, $B(1, 5, 0)$, $C(4, 5, 1)$ がある。P は

$$|\overrightarrow{PA} + 3\overrightarrow{PB} + 2\overrightarrow{PC}| \leq 36$$

を満たす点である。4 点 O, A, B, P が同一平面上にないとき, 四面体 $OABP$ の体積の最大値を求めよ。

- 4 xy 平面上で, x 座標と y 座標がともに正の整数であるような各点に, 下の図のような番号をつける。点 (m, n) につけた番号を $f(m, n)$ とする。たとえば, $f(1, 1) = 1$, $f(3, 4) = 19$ である。



- (1) $f(m, n) + f(m + 1, n + 1) = 2f(m, n + 1)$ が成り立つことを示せ。
- (2) $f(m, n) + f(m + 1, n) + f(m, n + 1) + f(m + 1, n + 1) = 2023$ となるような整数の組 (m, n) を求めよ。

- 5 A, B, C の 3 人が, A, B, C, A, B, C, A, ... という順番にさいころを投げ, 最初に 1 を出した人を勝ちとする。だれかが 1 を出すか, 全員が n 回ずつ投げたら, ゲームを終了する。A, B, C が勝つ確率 P_A, P_B, P_C をそれぞれ求めよ。