$\boxed{\mathbf{1}}$ $a^4=b^2+2^c$ を満たす正の整数の組 $(a,b,c)$ で $a$ が奇数であるものを求めよ。

$\boxed{\mathbf{2}}$ $m$ を実数とし，$0 \leqq \theta \leqq \pi$ とする．3 次方程式 $x^3+mx+\sqrt{2}=0$ は異なる 3 つの実数解 $2\sin\theta$，$-2\cos\theta$，$2\sin 3\theta$ をもつ．$m$ と $\theta$ の値を求めよ．

$\boxed{\mathbf{3}}$ 平面上に中心を共有する半径 1 の円 $C_1$ と半径 6 の円 $C_2$ がある．$C_1$ 上の点 P と $C_2$ 上の 2 点 Q，R を頂点とする三角形 PQR の面積の最大値を求めよ．

$\boxed{\textbf{4}}$ $N$ を 2 以上の整数とする．$1 \leqq a < b < c \leqq 2N$ を満たし，$a$，$b$，$c$ を 3 辺の長さとする三角形が存在するような整数の組 $(a, b, c)$ の個数を $S_N$ とする．

(1) $S_3$ を求めよ．

(2) $S_N$ を $N$ で表せ．

$\boxed{\textbf{5}}$ 次の [I], [II] のいずれか一方を選択して解答せよ。なお、解答用紙の所定の欄にどちらを選択したかを記入すること。

[ I ] 定積分

$$\int_{-1}^{1} (\sin \pi x - ax - b)^2 \, dx$$

を最小にする実数 $a$、$b$ の値を求めよ．

[ II ] 15 個の実数 $x_1, x_2, \cdots, x_{15}$ からなるデータがある。このデータの平均値を $\bar{x}$，標準偏差を $s$ とする。

(1) $|x_i - \bar{x}| > 4s$ を満たす $x_i$ は存在しないことを証明せよ。

(2) $|x_i - \bar{x}| > 2s$ を満たす $x_i$ の個数は 3 以下であることを証明せよ。